

Ejercicio: Dado el espacio vectorial \mathbb{C}^4 , se considera la aplicación $f: \mathbb{C}^4 \rightarrow \mathbb{C}^4$ definida por:

$$f(a, b, c, d) = A \cdot \begin{pmatrix} a \\ b \\ c \\ d \end{pmatrix} \text{ siendo } A = \begin{pmatrix} \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & \alpha & 2 & i \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

Clasificar f según los valores del parámetro α .

$$|A| = \begin{vmatrix} \alpha & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 2 & 0 & 1 \\ 0 & \alpha & 2 & i \\ 1 & 2 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \alpha \begin{vmatrix} 2 & 0 & 1 \\ \alpha & 2 & i \\ 2 & 0 & 1 \end{vmatrix} = \alpha(4-4) = 0$$

$$\text{rg}(A) < 4, \forall \alpha \in \mathbb{C}$$

$$\begin{vmatrix} 0 & 0 & 1 \\ 0 & 2 & i \\ 1 & 0 & 1 \end{vmatrix} = 2 \neq 0 \Rightarrow \text{rg}(A) = 3, \forall \alpha \in \mathbb{C}$$

f no es inyectiva pues $\text{rg}(A) = 3 < 4 = \dim(\mathbb{C}^4)$
 f no es sobreyectiva pues $\text{rg}(A) = 3 < 4 = \dim(\mathbb{C}^4)$
 f tampoco es biyectiva.